

**Rinforzo a flessione di una TRAVE con tessuto in FRP****Normativa di riferimento:**

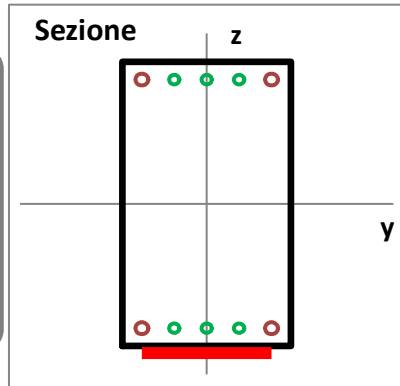
NTC2018 - D.M. 17/01/2018 - Norme Tecniche per le Costruzioni

Circolare n.7 del 21/1/2019 - Istruzioni per l'applicazione delle NTC

CNR-DT200 R1/2013 - Consolidamento statico mediante compositi fibrorinforzati

**Dati geometrici della sezione**

b =	26.00	cm	Base della sezione
h =	48.00	cm	Altezza sezione
d' =	3.00	cm	Copriferro
$A_{spig,sup.} =$	1	$\phi$ 20	Ferro di spigolo superiore
$A_{s,sup} =$	3	$\phi$ 16	Ferri sup. (oltre i ferri di spig.)
$A_{spig,inf.} =$	1	$\phi$ 20	Ferro di spigolo inferiore
$A_{s,inf} =$	3	$\phi$ 16	Ferri inferiori (oltre i ferri di spig.)

**Sezione****Materiali****Calcestruzzo**

Tipo: Rck25

**Acciaio**

Classe: Aq60

 $E_s = 210'000$  N/mm<sup>2</sup> modulo elastico dell'acciaio

Livello di conoscenza LC1 - Conosc. Limitata FC=1.35

**Tessuto in FRP** $f_{fk} = 3'500$  N/mm<sup>2</sup> Resis. Caratt. del tessuto in FRP nella direz. delle fibre $E_f = 240'000$  N/mm<sup>2</sup> modulo elastico dell'FRP**RINFORZO IN FRP****Dati geometrici del rinforzo** $b_f = 200$  mm larghezza dello strato di FRP $t_f = 0.170$  mm spessore equivalente dello strato di FRP $n_f = 1$  numero di strati di FRP**Applicazione, esposizione, tipo di composito**

Applicaz. Tipo A: certificati sia i materiali che il sistema completo

 $\gamma_f = 1.10$  coefficiente parziale per rottura per strappo $\gamma_{fd} = 1.20$  coefficiente parziale per rottura per delaminazione

Esposiz.: Esterna

fibra/res.: Carbonio/Epossidica

 $\eta_a = 0.85$  fattore di conversione ambientale

Tipo: Compositi impregnati in situ

Carico: Prevalente distribuito

**Altri parametri****Coefficienti parziali di sicurezza** $\alpha_{cc} = 0.85$  Coefficiente riduttivo del cls per resistenze di lunga durata $\gamma_c = 1.50$  Coefficiente di sicurezza del cls $\gamma_s = 1.15$  Coefficiente di sicurezza dell'acciaio

## Rinforzo a flessione retta

## Coefficienti di omogeneizzazione (per calcolo Momento di prima fessurazione)

$n =$	15.00	$(E_s/E_c)$	Coefficiente di omogeneizzazione dell'acciaio
$n' =$	0.50	$(E_{c,t}/E_c)$	Coefficiente di omogeneizzazione del cls teso

## Momenti sollecitati allo SLU

$M_{ed,y+} =$	28.84	kNm	Momento sollecitante positivo (fibre inf. tese)
$M_{ed,y-} =$	0.00	kNm	Momento sollecitante negativo (fibre sup. tese)
$M'_{ed,y+} =$	22.37	kNm	Momento sollecitante SLU all'estremità del rinforzo
<i>Momento per carichi permanenti</i>			
$M_{gk} =$	19.41	kNm	Momento dovuto ai soli carichi permanenti (gk+g'k)

## Momenti resistenti

$M_{Rd,y+}^{FRP} =$	117.10	kNm	Momento resist. posit. sezione rinforzata (tende le fibre inferiori)
$M_{Rd,y+} =$	99.26	kNm	Mom. resist. posit. sezione non rinforzata (tende le fibre inferiori)
$\Delta M_{Rd} =$	17.97	%	Incremento del momento resistente positivo
$M'_{Rd,y+}^{FRP} =$	107.65	kNm	Momento resistente per distacco di estremità (modo 1)
$M_{Rd,y-} =$	99.26	kNm	Momento resistente negativo (tende le fibre superiori)
$M_{fess} =$	40.38	kNm	Momento resistente di prima fessurazione

Verifica a flessione allo SLU						Ed/Rd	Esito
Senza rinforzo	$M_{ed,y+} =$	$28.84 \leq$	$M_{Rd,y+} =$	99.26	kNm	✔ 0.29	Positivo
Con il rinforzo	$M_{ed,y+} =$	$28.84 \leq$	$M_{Rd,y+}^{FRP} =$	117.10	kNm	✔ 0.25	Positivo
Flessione negativa	$M_{ed,y-} =$	$0 \leq$	$M_{Rd,y-} =$	99.26	kNm	✔ 0.00	Positivo
Distacco di estremità	$M'_{ed,y+} =$	$22.37 \leq$	$M'_{Rd,y+}^{FRP} =$	107.65	kNm	✔ 0.21	Positivo

Altre verifiche						SF	Esito	
Presenza di fessure	$M_{gk} =$	$19.41 \leq$	$>$	$M_{fess} =$	40.38	✔ 0.48	no fessure	
Deformaz. Iniziale	$\epsilon_0 =$	0.0000	Trascurabile					
Rott. FRP dopo snerv.	$\epsilon_{fdd} =$	0.0051	$\geq$	$\epsilon_{sy} - \epsilon_0 =$	0.0009	✔ 0.18	Positivo	
Incremento di resist.	$\Delta M_{Rd} =$	18.0	$\leq$	50.0	%	✔ 0.36	Positivo	
Lungh. ancoraggio minima FRP	$l_{ed} =$	200		mm				

## Sviluppo dei calcoli

## Dati geometrici del rinforzo

$b_f =$	200	mm	Larghezza dello strato di FRP
$t_f =$	0.170	mm	Spessore equivalente dello strato di FRP
$n_f =$	1		numero di strati di FRP

## Aree di armatura

$A_{s,sup} =$	603.19	mm <sup>2</sup>	Armatura superiore
$A_{s,inf} =$	603.19	mm <sup>2</sup>	Armatura inferiore
$A_{spig.sup.} =$	314.16	mm <sup>2</sup>	Armatura di spigolo superiore
$A_{spig.inf.} =$	314.16	mm <sup>2</sup>	Armatura di spigolo inferiore
$A_{s,lat} =$	0.00	mm <sup>2</sup>	Armatura laterale
$A_f =$	34.00	mm <sup>2</sup>	Area del rinforzo in FRP

## Proprietà dei materiali

$\alpha_{cc} =$	0.85		Coefficiente riduttivo per resistenze di lunga durata
$\gamma_c =$	1.50		Coefficiente di sicurezza del cls
$\gamma_s =$	1.15		Coefficiente di sicurezza dell'acciaio
$f_{ck} =$	20.00	N/mm <sup>2</sup>	resistenza caratteristica cilindrica del cls
$f_{cd} =$	11.33	N/mm <sup>2</sup>	resistenza di progetto cilindrica del cls
$f_{ctm} =$	2.21	N/mm <sup>2</sup>	resistenza media a trazione semplice del cls
$f_{yk} =$	295.00	N/mm <sup>2</sup>	tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio
$f_{yd} =$	256.52	N/mm <sup>2</sup>	tensione di snervamento di progetto dell'acciaio
$f_{fk} =$	3'500.00	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza caratteristica del tessuto in FRP nella direz. delle fibre

## Moduli elastici

$E_s =$	210'000	N/mm <sup>2</sup>	modulo elastico dell'acciaio
$E_f =$	240'000	N/mm <sup>2</sup>	modulo elastico dell'FRP

## Resistenze ridotte (solo per strutture esistenti)

LC =	LC1 - Conosc. Limitata	FC=1.35	
FC =	1.35		Fattore di confidenza
$f_{cd}/FC =$	8.40	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza del calcestruzzo ridotta
$f_{yd}/FC =$	190.02	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza dell'acciaio ridotta

## Resistenza del composito in FRP

$b_f/b =$	0.77		Rapporto fra larghezza del rinforzo e larghezza della trave
$k_b =$	1.00		fattore geometrico
$k_G =$	0.04	mm	
$\gamma_{fd} =$	1.20		coefficiente parziale per rottura per delaminazione
$k_{cr} =$	3.00		coefficiente
$\Gamma_{Fd} =$	0.18	N/mm <sup>2</sup>	Energia specifica di frattura
$k_q =$	1.25		Coefficiente per la condizione di carico
$k_{G,2} =$	0.10		Coefficiente sperimentale
$f_{fdd,1} =$	597.76	N/mm <sup>2</sup>	Resistenza per distacco di estremità (modo 1)

$$f_{fdd,2} = 1'228.38 \text{ N/mm}^2 \text{ Resistenza per distacco intermedio (modo 2)}$$

**Calcolo del momento di fessurazione della sezione***Coefficienti di omogeneizzazione*

$$n = 15.00 \quad (E_s/E_c) \quad \text{Coefficiente di omogeneizzazione dell'acciaio}$$

$$n' = 0.50 \quad (E_{c,t}/E_c) \quad \text{Coefficiente di omogeneizzazione del cls teso}$$

$$b = 260.00 \quad \text{mm} \quad \text{Base della sezione}$$

$$h = 480.00 \quad \text{mm} \quad \text{Altezza sezione}$$

$$d' = 30.00 \quad \text{mm} \quad \text{Copriferro}$$

$$A'_s = 1'231.50 \quad \text{mm}^2 \quad \text{Armatura superiore}$$

$$A_s = 1'231.50 \quad \text{mm}^2 \quad \text{Armatura inferiore}$$

$$y_c = 210.90 \quad \text{mm} \quad \text{Asse neutro (Ricerca obiettivo)}$$

$$d = 450.00 \quad \text{mm} \quad \text{Altezza utile della sezione}$$

$$S_c(y_c) = 5.78E+06 \quad \text{mm}^3 \quad \text{Momento statico del cls in compressione}$$

$$S_{c,t}(y_c) = -4.71E+06 \quad \text{mm}^3 \quad \text{Momento statico del cls in trazione}$$

$$S_s(y_c) = -1.08E+06 \quad \text{mm}^3 \quad \text{Momento statico dell'armatura}$$

$$S_n(y_c) = 3.92E-05 \quad \text{mm}^3 \quad \text{Momento statico della sezione rispetto all'asse neutro}$$

$$I_{n,c} = 8.13E+08 \quad \text{mm}^4 \quad \text{Momento d'inerzia del cls compresso}$$

$$I_{n,ct} = 8.44E+08 \quad \text{mm}^4 \quad \text{Momento d'inerzia del cls teso}$$

$$I_{n,s} = 1.66E+09 \quad \text{mm}^4 \quad \text{Momento d'inerzia dell'armatura}$$

$$I_n = 3.32E+09 \quad \text{mm}^4 \quad \text{Momento d'inerzia della sezione reagente}$$

**Momento resistente di fessurazione**

$$f_{ctm}/FC = 1.64 \quad \text{N/mm}^2 \quad \text{resistenza traz. del cls ridott per strutture esistenti}$$

$$M_{fess} = 40.38 \quad \text{kNm} \quad \text{Momento resistente di prima fessurazione}$$

Verifica di fessurazione					SF	Esito	
Presenza di fessure	$M_{gk} =$	19.41 <	$M_{fess} =$	40.38	kNm	✔ 0.48	no fessure

**Deformazioni limite**

$$\epsilon_{cu} = 0.0035 \quad \text{deformazione ultima nel cls}$$

$$\epsilon_{sy} = 0.0009 \quad \text{deformaz. al limite elastico dell'acciaio}$$

$$\eta_a = 0.85 \quad \text{fattore di conversione ambientale}$$

$$\gamma_f = 1.10 \quad \text{Coefficiente parziale per collasso per strappo}$$

$$\epsilon_{fk} = 0.0146 \quad \text{deformazione caratteristica a rottura del rinforzo}$$

$$\epsilon_{fdd,1} = 0.0025 \quad \text{deformazione massima per delaminazione di estremità (modo 1)}$$

$$\epsilon_{fdd,2} = 0.0051 \quad \text{deformazione massima per delaminazione intermedia (modo 2)}$$

$$\epsilon_{c,inf} = 0.0002 \quad \text{deformazione iniziale al lembo teso del cls per soli carichi perm.}$$

$$\epsilon_0 = 0.0000 \quad \text{deformazione iniziale al lembo teso del cls per carichi agenti}$$

$$\epsilon_{sy} - \epsilon_0 = 0.0009 \quad \text{valore minimo della deformazione ultima dell'FRP}$$

Rottura dell'FRP dopo lo snervamento dell'acciaio di armatura					SF	Esito
Rott. FRP dopo snerv.	$\epsilon_{fd} =$	0.0051	$\geq$	$\epsilon_{sy} - \epsilon_0 =$	0.0009	✔ 0.18
						Positivo

$$\eta_a \cdot \epsilon_{fk} / \gamma_f = 0.0113$$

$$\epsilon_{fd} = 0.0051$$

deformazione massima di progetto nel rinforzo di FRP

Coefficienti di riduzione del cls (stress block)

$$\psi = 0.80 \quad \text{coeff. di riduz. di } y_c \text{ (stress block)}$$

$$\lambda = 0.40 \quad \text{coeff. di riduz. di } y_c \text{ per il calcolo del braccio}$$

**Distacco intermedio (modo 2) o rottura FRP****Sezione rinforzata: Calcolo del momento resistente positivo MRd,y intorno ad y**

$$y_{c,lim} = 194.93 \quad \text{mm} \quad \text{Valore limite dell'asse neutro per rottura lato cls o lato FRP}$$

$$b = 260.00 \quad \text{mm} \quad \text{Base della sezione}$$

$$h = 480.00 \quad \text{mm} \quad \text{Altezza sezione}$$

$$d' = 30.00 \quad \text{mm} \quad \text{Copriferro}$$

$$y_c = 74.58 \quad \text{mm} \quad \text{Asse neutro}$$

Deformazioni nei materiali

*Rottura: lato FRP - zona 1*

Tipo di rottura

$$\epsilon_f = -0.0051 \quad \text{deformazione nell'FRP}$$

$$\epsilon'_s = 0.0006 \quad \text{deformazione dell'armatura compressa}$$

$$\epsilon_s = -0.0047 \quad \text{deformazione dell'armatura tesa}$$

$$\sigma'_s = 118.18 \quad \text{N/mm}^2 \quad \text{tensione nell'armatura compressa}$$

$$\sigma_s = -190.02 \quad \text{N/mm}^2 \quad \text{tensione nell'armatura tesa}$$

$$\sigma_f = -1228.38 \quad \text{N/mm}^2 \quad \text{Tensione nel rinforzo in FRP}$$

$$y'_c = 74.58 \quad \text{mm} \quad \text{Asse neutro per l'equilibrio alla traslazione (compreso fra 0 e h)}$$

$$A'_s = 1231.50 \quad \text{mm}^2 \quad \text{Armatura compressa}$$

$$A_s = 1231.50 \quad \text{mm}^2 \quad \text{Armatura tesa}$$

$$A_f = 34.00 \quad \text{mm}^2 \quad \text{Area del rinforzo in FRP}$$

$$N'_s = 1.46E+05 \quad \text{N} \quad \text{Sforzo nell'armatura compressa}$$

$$N_s = -2.34E+05 \quad \text{N} \quad \text{Sforzo nell'armatura tesa}$$

$$N_f = -4.18E+04 \quad \text{N} \quad \text{Sforzo nell'FRP}$$

$$N_c = 1.30E+05 \quad \text{N} \quad \text{Sforzo nel calcestruzzo compresso}$$

$$\gamma_{Rd} = 1.00 \quad \text{Coefficiente parziale per il modello di resistenza a flessione}$$

$$\Delta N(y_c) = 3.80E-07 \quad \text{N} \quad \text{equilibrio alla traslazione}$$

$$M_{Rd,y+} = 117.10 \quad \text{kNm} \quad \text{momento resistente positivo allo SLU}$$

**Distacco di estremità (modo 1)****Sezione rinforzata: Calcolo del momento resistente positivo MRd,y intorno ad y**

$$y_{c,lim} = 280.44 \quad \text{mm} \quad \text{Valore limite dell'asse neutro per rottura lato cls o lato FRP}$$

$$b = 260.00 \quad \text{mm} \quad \text{Base della sezione}$$

$$h = 480.00 \quad \text{mm} \quad \text{Altezza sezione}$$

$$d' = 30.00 \quad \text{mm} \quad \text{Copriferro}$$

$$y_c = 70.56 \quad \text{mm} \quad \text{Asse neutro}$$



**Calcolo del momento resistente negativo MRd,y intorno ad y**

$y_c =$	36.91	mm	Asse neutro
$\epsilon'_s =$	0.0007		deformazione dell'armatura compressa
$\epsilon_s =$	-0.0392		deformazione dell'armatura tesa
$\sigma'_s =$	137.67	N/mm <sup>2</sup>	tensione nell'armatura compressa
$\sigma_s =$	-190.02	N/mm <sup>2</sup>	tensione nell'armatura tesa
$y'_c =$	36.91	mm	Asse neutro per l'equilibrio alla traslazione (compreso fra 0 e h)

$A'_s =$	1231.50	mm <sup>2</sup>	Armatura compressa
$A_s =$	1231.50	mm <sup>2</sup>	Armatura tesa
$N'_s =$	1.70E+05	N	Sforzo nell'armatura compressa
$N_s =$	-2.34E+05	N	Sforzo nell'armatura tesa
$N_c =$	6.45E+04	N	Sforzo nel calcestruzzo compresso

$\Delta N(y_c)$	7.67E-05	N	equilibrio alla traslazione
$M_{Rd,y-}$	99.26	kNm	momento resistente negativo allo SLU

Verifica a flessione retta						Ed/Rd	Esito
Fless. posit. senza rinf.	$M_{ed,y+} =$	$28.84 \leq$	$M_{Rd,y+} =$	99.26	kNm	0.29	Positivo
Fless. posit. con il rinf.	$M_{ed,y+} =$	$28.84 \leq$	$M_{Rd,y+}^{FRP} =$	117.10	kNm	0.25	Positivo
Flessione negativa	$M_{ed,y-} =$	$0 \leq$	$M_{Rd,y-} =$	99.26	kNm	0.00	Positivo
Dist. di estremità	$M_{ed,y+} =$	$22.37 \leq$	$M_{Rd,y+}^{FRP} =$	107.65	kNm	0.21	Positivo

**Calcolo della lunghezza ottimale di ancoraggio**

$\gamma_{Rd} =$	1.25		coefficiente correttivo
$s_u =$	0.25	mm	scorrimento ultimo fra FRP e supporto
$f_{bd} =$	1.46	N/mm <sup>2</sup>	
$l_{ed,1} =$	105	mm	Lunghezza di ancoraggio minima da calcolo
$l_{ed,2} =$	200	mm	Lunghezza di ancoraggio minima da Normativa
$l_{ed} =$	200	mm	Lunghezza di ancoraggio minima di progetto